بسمه تعالی

تمرین سری ۴

- مهلت تحویل ۱۴۰۱/۰۴/۲۶ ساعت ۲۳:۵۵
- مهلت ارسال به هیچ وجه قابل تغییر نیست.
- مواردی که بعد از تاریخ فوق ارسال شوند قابل قبول نبوده و نمره ای نخواهد داشت.
- انجام تمرین تک نفره است. لطفا به تنهایی انجام شود، در غیر اینصورت نمره منفی در نظر گرفته خواهد شد.
- کل محتوای ارسالی زیپ شود و نام فایل زیپ ارسالی HW4_studentNumber باشد.
- زبان برنامه نویسی دلخواه است. (پیشنهاد: پایتون)
- موارد ارسال شده احتمالا در تاریخی که بعدا مشخص می‌شود به صورت آنلاین نیز تحویل گرفته خواهند شد (صرفا آنچه در LMS طبق تاریخ فوق تحویل داده شده است بعدا به صورت حضوری تست شده و توضیح داده می‌شود)
- تنها تکالیفی که به LMS و قبل از مهلت ارسال، فرستاده می‌شوند بررسی خواهند شد.

---

۱. تمرین عملی فیلترینگ با HMM:

یک ربات جاروبرقی را در یک اتاق خالی (بدون مانع) در نظر بگیرید که با یک جدول مستطیلی شکل n×m نشان داده شده است. مکان ربات پنهان است. تنها شواهد موجود برای مشاهده‌گر یک حسگر مکان نویزی است که موقعیت تقریبی ربات را نشان می‌دهد. اگر ربات در مکان (x,y) باشد، حسگر با احتمال ۰,۱ مکان صحیح را نشان می دهد، با احتمال ۰,۰۵ هر یک از ۸ مکان همسایه مکان واقعی را نشان میدهد و با احتمال ۰,۰۲۵ هر کدام از ۱۶ مکان که آن ۸ همسایه را احاطه کرده است، و با احتمال ۰,۱ باقی مانده، "خطای موقعیت سنجی" را گزارش می‌کند. خط مشی (policy) ربات آن است که یک جهت تصادفی (از ۴ جهت ممکن) را انتخاب کرده و با احتمال ۰,۸ در هر گام به آن سمت حرکت کند، با احتمال ۰,۲ (یا با احتمال ۱ در صورت برخورد با دیوار) ربات به یک جهت تصادفی جدید (غیر از جهت قبلی) تغییر جهت می‌دهد. (بعد از هر تغییر جهت، همچنان با احتمال ۰,۸ در جهت جدید حرکت ادامه پیدا میکند و احتمال چرخش دوباره ربات به جهتی جدید همان ۰,۲ است).

این مساله را را به عنوان یک HMM اجرا کنید و فیلترینگ را برای ردیابی ربات (موقعیت یابی در هر لحظه) انجام دهید. با چه دقتی می‌توانیم مسیر ربات را ردیابی کنیم؟

برای پیاده سازی:

- از ابزارهای آماده می‌توانید استفاده کنید.
- اندازه اتاق، تعداد اجرا و ... به عهده شما است.
- متغیر وضعیت را جفت «مکان-جهت» در نظر بگیرید.
- در هر اجرا، یک ربات واقعی را شبیه سازی کنید که طبق خط مشی گفته شده و با شروع از یک نقطه دلخواه در حال حرکت است و در هر لحظه حسگرش مکانش ربات را طبق احتمالات فوق گزارش میکند و کد شما موظف است مکان واقعی ربات را تخمین بزند.
- شبیه سازی اجرایتان را با حداقلی از گرافیک نشان دهید تا تحلیل بهتری از صحت عملکرد کدتان داشته باشید.
- در اجراهای مختلف، دقت تا چه میزان با دقت متوسط فرق دارد؟ (واریانس دقت)

گزارش کارتان را در چند صفحه ارائه نمایید.

۲. تمرین عملی فیلتر کالمن:

خبر بد اینکه در این تمرین از ابزارهای آماده استفاده نمی‌کنیم! (در عوض بهتر یاد می‌گیریم! [ایموجی مربوطه!])
در این تمرین موقعیت (و سرعت) یک قطار و موقعیت (و سرعت) یک شیء نوسان کننده را تخمین می‌زنیم. معادلات فیزیک برای یافتن مکان با کمک مکان قبلی و سرعت حرکت و نیز یافتن مکان با کمک مکان قبلی و سرعت و شتاب و نیز یافتن سرعت با کمک سرعت قبلی و شتاب را به یاد بیاورید (یا از گوگل بخواهید به یادتان بیاورد)

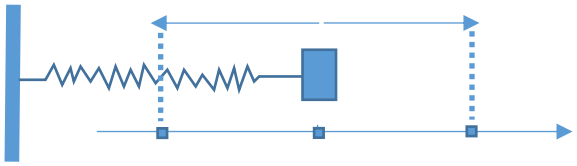
الف: تخمین موقعیت (و سرعت) قطار با فیلتر کالمن:

قطاری با سرعت ثابت در مسیر مستقیم در حال حرکت است و حسگر صرفا موقعیت قطار را به شکل نویزی ارائه می‌کند. موقعیت اولیه قطار را X=0 در نظر بگیرید. میخواهیم در یک بازه زمانی (دلخواه) و با فرض اینکه حسگر در هر ۰٫۱ ثانیه موقعیت قطار را گزارش می‌کند، موقعیت قطار را تخمین بزنیم. طبیعتا خروجی نویزی حسگر دارای نوساناتی در طول زمان است و انتظار داریم خروجی فیلترینگ با توجه به استفاده از مدل انتقال وضعیت و فیلترینگ، با ثبات تر باشد.
به عنوان Ground Truth، حرکت قطار با سرعت ثابت دلخواه را شبیه سازی کنید و موقعیت در هر لحظه را به دست آورید. حسگر دارای نویز گاوسی با میانگین صفر و انحراف معیار σ (مقدار دلخواه) است که در هر لحظه موقعیت قطار را با نویز ذکر شده گزارش می‌کند.

- متغیرهای وضعیت، مکان و سرعت فعلی قطار هستند.
- **طبق نمادهای به کاررفته در اسلاید ۵۲**، ماتریس F برای مدل انتقال وضعیت و ماتریس H برای مدل حسگر چه باید باشند؟ (توجه داشته باشید که صرفا مکان حس می‌شود و حسگری برای سرعت نداریم. همچنین توجه داشته باشید که این ماتریس‌ها صرفا انتقال خطی وضعیت را به عهده دارند و نویز توسط ماتریس‌های کواریانس مدل‌سازی شده است).
- ماتریس‌های کواریانس (**اسلاید ۵۲**) برای نویز مدل انتقال وضعیت (Σ_x) و نویز مدل حسگر (Σ_z) و نویز تخمین موقعیت اولیه ((Σ_t)) را نیز به دلخواه مقداردهی کنید و توضیحی درباره معنای این ماتریسها و علت منطقی بودن مقدارهای انتخاب شده (در صورت منطقی بودن(!)) بدهید.
- روابط فیلتر کالمن در اسلاید ۵۲ را با دقت پیاده کنید و در یک حلقه تکرار، موقعیت و سرعت قطار در هر لحظه از حرکت را تخمین بزنید.
- نمودارهایی برای مقایسه مقادیر تخمین زده شده با Ground Truth رسم کنید و خطای تخمین موقعیت و سرعت را محاسبه کنید.
- پارامترهای مختلفی را که در اختیار دارید (مقداردهی های اولیه، سرعت قطار، موقعیت اولیه، سرعت اولیه در نظر گرفته شده و ....) را تغییر دهید و سعی کنید تخمین بهتری از وضعیت قطار ارائه کنید.
- نویز حسگر را شدیدتر کنید و تاثیر آن و نحوه مقابله با تاثیر آن را آزمایش کنید.
- نتایج میانی در حین آزمایش های مختلف برای رسیدن به بهترین تخمین را نیز در گزارش بیاورید
- اگر موقعیت اولیه، یا سرعت اولیه که در نظر گرفته اید با مقدار واقعی خیلی فرق کند، چه اتفاقی میفتد؟ آزمایش کنید و نتایج را آنالیز کنید (مختصرا)

ب: تخمین موقعیت (و سرعت) شیء نوسانگر:

فرض کنید شی, ای متصل به فنر به صورت سینوسی بین دو موقعیت بیشینه و کمینه در حال نوسان است (اصطکاک صفر). موقعیت فعلی فنر در شکل زیر حالتی است که فنر هیچ کشیدگی و فشردگی ندارد (حالت آزاد فنر) و بنابراین نوسان کاملا متقارن حول یک نقطه مرکزی صورت میپذیرد.



- مانند بخش الف، حسگر صرفا موقعیت شیء را به شکل نویزی گزارش می‌کند.
- اگر وضعیت را شامل مکان، سرعت و شتاب در نظر بگیریم، با توجه به اینکه شتاب، تابع نیرو و نیرو، در این مثال تابع موقعیت سر فنر است (که میزان فشردگی یا کشیدگی فنر را تعیین میکند)، ماتریس انتقال وضعیت چه خواهد بود (روابط فیزیکی پیش بینی موقعیت با کمک موقعیت قبلی و سرعت و شتاب را قبلا به یادآورده اید)؟
- Ground Truth را ایجاد کنید و موقعیت، سرعت و شتاب شیء را در هر لحظه گزارش کنید.
- تمام مراحل بخش الف را در اینجا نیز تکرار کنید و تلاش کنید تخمین درستی از وضعیت شیء در نوسانهای متعدد داشته باشید.

گزارش تحلیلی از کلیه مراحل هر دو آزمایش الف و ب ارائه نمایید.

موفق باشید.