Data:

We have three distribution functions: $\begin{cases} P(x_1) \\ P(x_k|x_{k-1}) \\ P(z_k|x_{k-1}) \end{cases}$

We have three Numbers: $\begin{cases} N \\ L \\ N_T = \frac{2}{N} \end{cases}$

Algorithm:

1 Sample $x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^N$ from $P(x_1)$

2 For $1 \le i \le N$ set $w_1^i = 1$

3 For $2 \le k \le L$

4 Sample $x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^N$ from $P\left(x_k \middle| x_{k-1}^i\right)$

5 For $1 \le i \le N$ compute $w_k^i = w_{k-1}^i P\left(z_k \middle| x_{k-1}^i\right)$

6 For $1 \le i \le N$ compute $W_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^N w_k^i}$

7 Then compute $H_k = -\sum_{i=1}^N (W_k^i)\ln(w_k^i)$

8 If $H_k = H_k - N_T$

اهداف خواسته شده از مجری محترم پروژه:

1-نوشتن برنامه در متلب

لطفا الگوریتم در متلب نوشته شود و دو دستور تیک-تاک به آن اضافه شود تا زمان اجرای الگوریتم را داشته باشیم.ام فایل کد نوشته شده (که در آن دستور تیک-تاک هم قرار گرفته) و فایل pdf آن برایم ارسال شود.

توجه:ویندوز من 7 است و متلب نصب شده روی آن ورژن 2017 (64bit) است.لطفا کدها با متلبی از همین ورژن نوشته شود که من بتوانم در کامپیوترم اجراش کنم.

لطفا مشخصات کامپیوتری که مجری محترم، برنامه را با آن اجرا کرده برام بفرستید مثل رم و تعداد هسته ها و ....که من بتوانم مقایسه کنم.

2-مثال عددی

یک بارالگوریتم کامل (تمام 8 خط بالا) درمتلب اجرا شود و دستور تیک - تاک به آن اضافه شود تا زمان اجرای الگوریتم به دست آید و یک بار الگوریتم غیر کامل (خط 7 و 8 از الگوریتم حذف شود) و دستور تیک - تاک به آن اضافه شود تا زمان اجرای الگوریتم به دست آید. اجرای هر دو الگوریتم کامل و غیر کامل طبق جدول زیر 7 بار تکرار شود.

ردیف	پارامتر N	پارامتر L	زمان اجرای الگوریتم کامل	زمان اجرای الگوریتم غیر کامل
1	1000	30		
2	10000	40		
3	100000	50		
4	1000000	60		
5	10000000	70		
6	100000000	80		
7	1000000000	90		

داده های مثال عددی:

در بار اول به جای چارامتر N و L به ترتیب اعداد 1000 و 30 قرار گیرد و زمان اجرای دو الگوریتم در سطر اول جدول نوشته شود.

در بار دوم به جای چارامتر N و L به ترتیب اعداد 10000 و 40 قرار گیرد و زمان اجرای دو الگوریتم در سطر دوم جدول نوشته شود.

در بار سوم به جای چارامتر N و L به ترتیب اعداد 100000 و 50 قرار گیرد و زمان اجرای دو الگوریتم در سطر اول جدول نوشته شود.

در بار چهارم به جای چارامتر N و L به ترتیب اعداد 1000000 و 60 قرار گیرد و زمان اجرای دو الگوریتم در سطر اول جدول نوشته شود.

در بار پنجم به جای چارامتر N و L به ترتیب اعداد 10000000 و 70 قرار گیرد و زمان اجرای دو الگوریتم در سطر اول جدول نوشته شود.

در بار ششم به جای چارامتر N و L به ترتیب اعداد 100000000 و 80 قرار گیرد و زمان اجرای دو الگوریتم در سطر اول جدول نوشته شود.

<u>در بار هفتم</u> به جای چارامتر N و L به ترتیب اعداد 1000000000 و 90 قرار گیرد و زمان اجرای دو الگوریتم در سطر اول جدول نوشته شود.

توجه: پارامتر N_T در الگوریتم برابر است با $N_T = \frac{2}{N}$ و بنابراین درهر کدام از 7 بار اجرای الگوریتم وقتی به پارامتر N طبق جدول بالا عددی دادیم، پارامتر N_T هم به دست می آید.

<u>در تمام 7 بار</u> تکرار اجرای الگوریتم فرض کنید تابع چگالی احتمال $P(x_1)$ به صورت تابع گوسی با میانگین صفر و واریانس یک است و دو تابع چگالی احتمال $P(x_k|x_{k-1})$ و $P(z_k|x_k)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$P(x_k|x_{k-1}) = 0.18(x_k - x_{k-1}) + .5 \qquad \frac{10}{9} + x_{k-1} < x_k < \frac{20}{9} + x_{k-1}$$

$$P(z_k|x_k) = 0.18(z_k - x_k) + .5 \qquad \frac{10}{9} + x_k < z_k < \frac{20}{9} + x_k$$

توضیح الگوریتم برای مجری محترم جهت راحت تر نوشتن کدها:

مرحله ی اول ($k = 1$):

در این مرحله، خط (1) و (2) الگوریتم بالا اجرا می شود.ابتدا طبق خط (1) الگوریتم ازتابع چگالی احتمال $P(x_1)$، N نمونه ی تصادفی می گیریم (به یاد آورید که تابع $P(x_1)$ جزء داده های ماست) و این نمونه ها را x_1^1 و x_1^2 و... و x_1^N می نامیم. سپس طبق خط (2) الگوریتم برای هر نمونه، وزنی برابر با یک قرار می دهیم.وزن نمونه ی i ام را w_1^i می نامیم.(w حرف کوچک است) این فرایند در شکل زیر نشان داده است.

$$P(x_1) \xrightarrow{\text{نمونه اول}} x_1^1 \xrightarrow{\text{وزن نمونه اول}} w_1^1 = 1$$

$$P(x_1) \xrightarrow{\text{نمونه دوم}} x_1^2 \xrightarrow{\text{وزن نمونه دوم}} w_1^2 = 1$$

$$\vdots$$

$$P(x_1) \xrightarrow{\text{نمونه N ام}} x_1^N \xrightarrow{\text{وزن نمونه N ام}} w_1^N = 1$$

مرحله ی دوم $(k = 2)$:

در این مرحله خطوط (4) تا (8) از الگوریتم به ازای $(k = 2)$ اجرا می شوند که عبارت اند از نمونه گیری، محاسبه ی وزن نمونه ها، نرمالایز کردن نمونه ها و محاسبه ی آنتروپی نمونه ها.

خط (4): نمونه گیری

ابتدا هر کدام از N نمونه ی تصادفی گرفته شده در **مرحله ی اول** یعنی نمونه های x_1^1 و x_1^2 و... و x_1^N را در قسمت شرطی تابع چگالی احتمال $P(x_2|x_1)$ قرار می دهیم (به یاد آورید که تابع $P(x_k|x_{k-1})$ برای تمام k ها، جزء داده های ما بود) و بنابراین به N تابع چگالی احتمال مختلف می رسیم که عبارت اند از توابع $P(x_2|x_1^1)$ و $P(x_2|x_1^2)$ و ... و $P(x_2|x_1^N)$.حال از هر کدام از آن N تابع چگالی احتمال مختلف، یک نمونه ی تصادفی می گیریم بنابراین در کل به N نمونه ی تصادفی می رسیم که آنها را x_2^1 و x_2^2 و... و x_2^N می نامیم.نمونه ی x_2^1 از تابع $P(x_2|x_1^1)$ گرفته می شود و نمونه ی x_2^2 از تابع $P(x_2|x_1^2)$ و ... و نمونه ی x_2^N از تابع $P(x_2|x_1^N)$ گرفته می شود.

خط (5): محاسبه ی وزن نمونه ها

حال آن N نمونه ی تصادفی گرفته شده در **مرحله ی اول** یعنی نمونه های x_1^1 و x_1^2 و... و x_1^N را این بار در قسمت شرطی تابع چگالی احتمال $P(z_2|x_1)$ قرار می دهیم (به یاد آورید که تابع $P(z_k|x_{k-1})$ برای تمام k ها،جزء داده های ما بود) و بنابراین به N تابع چگالی احتمال مختلف می رسیم که عبارت اند از توابع $P(z_2|x_1^1)$ و $P(z_2|x_1^2)$ و ... و $P(z_2|x_1^N)$.از این توابع چگالی احتمال برای محاسبه ی وزن نمونه ها استفاده می کنیم به این صورت که این توابع را در وزن نمونه ها در مرحله ی قبل ضرب می کنیم تا وزن نمونه ها آپدیت شود.فرایند مربوط به خط (4) و (5) الگوریتم در شکل زیر نشان داده شده است.

$$P(x_2|x_1^1) \xrightarrow{\text{نمونه اول}} x_2^1 \xrightarrow{\text{وزن نمونه اول}} w_2^1 = w_1^1 P(z_2|x_1^1)$$

$$P(x_2|x_1^2) \xrightarrow{\text{نمونه دوم}} x_2^2 \xrightarrow{\text{وزن نمونه دوم}} w_2^2 = w_1^2 P(z_2|x_1^2)$$

$$\vdots$$

$$P(x_2|x_1^N) \xrightarrow{\text{نمونه N ام}} x_2^N \xrightarrow{\text{وزن نمونه N ام}} w_2^N = w_1^N P(z_2|x_1^N)$$

خط (6): نرمالایز کردن وزن نمونه ها

وزن هر نمونه که در گام قبل به دست آمد را بر حاصل جمع وزن تمام نمونه ها تقسیم می کنیم تا به وزن نرمال شده برسیم.وزن نرمان شده نمونه ی i ام را W_2^i می نامیم.(W_2^i حرف بزرگ است)

خط (7):محاسبه ی آنتروپی نمونه ها

طبق فرمول زیر آنتروپی نمونه ها یعنی H_2 را محاسبه می کنیم:

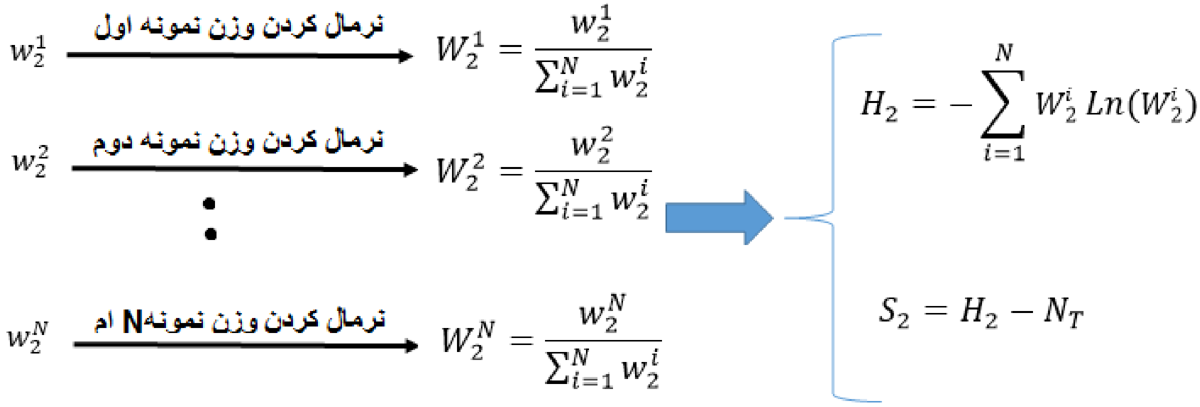
$$H_2 = -\sum_{i=1}^{N} W_2^i \, Ln(W_2^i)$$

خط (8):تفاضل آنتروپی و پارامتر N_T

طبق فرمول زیر پارامتر S_2 را محاسبه می کنیم:

$$S_2 = H_2 - N_T$$

فرایند مربوط به خطوط (6) و (7) و (8) الگوریتم در شکل زیر نشان داده شده است.



مرحله ی سوم $(k = 3)$:

در این مرحله خطوط (4) تا (8) از الگوریتم به ازای $(k = 3)$ اجرا می شوند که دقیقا مشابه همان عملیات انجام شده در مرحله ی قبل است .

خط (4): نمونه گیری

ابتدا هر کدام از N نمونه ی تصادفی گرفته شده در **مرحله ی دوم** یعنی نمونه های x_2^1 و... و x_2^N را در قسمت شرطی تابع چگالی احتمال $P(x_3|x_2)$ قرار می دهیم (به یاد آورید که تابع $P(x_k|x_{k-1})$ برای تمام k ها، جزء داده های ما بود) و بنابراین به N تابع چگالی احتمال مختلف می رسیم که عبارت اند از توابع $P(x_3|x_2^1)$ و $P(x_3|x_2^2)$ و ... و $P(x_3|x_2^N)$.حال از هر کدام از آن N تابع چگالی احتمال مختلف، یک نمونه ی تصادفی می گیریم بنابراین در کل به N نمونه ی تصادفی می رسیم که آنها را x_3^1 و x_3^2 و... و x_3^N می نامیم.نمونه ی x_3^1 از تابع $P(x_3|x_2^1)$ گرفته می شود و نمونه ی x_3^2 از تابع $P(x_3|x_2^2)$ و ... و نمونه ی x_3^N از تابع $P(x_3|x_2^N)$.

خط (5): محاسبه ی وزن نمونه ها

حال آن N نمونه ی تصادفی گرفته شده در **مرحله ی دوم** یعنی نمونه های x_2^1 و x_2^2 و... و x_2^N را این بار در قسمت شرطی تابع چگالی احتمال $P(z_3|x_2)$ قرار می دهیم (به یاد آورید که تابع $P(z_k|x_{k-1})$ برای تمام k ها،جزء داده های ما بود) و بنابراین به N تابع چگالی احتمال مختلف می رسیم که عبارت اند از توابع $P(z_3|x_2^1)$ و $P(z_3|x_2^2)$ و ... و $P(z_3|x_2^N)$.ازاین توابع چگالی احتمال برای محاسبه ی وزن نمونه ها استفاده می کنیم به این صورت که این توابع را در وزن نمونه ها در مرحله ی قبل ضرب می کنیم تا وزن نمونه ها آپدیت شود.فرایند مربوط به خط (4) و (5) الگوریتم در شکل زیر نشان داده شده است.

$$P(x_3|x_2^1) \xrightarrow{\text{نمونه اول}} x_3^1 \xrightarrow{\text{وزن نمونه اول}} w_3^1 = w_2^1 P(z_3|x_2^1)$$

$$P(x_3|x_2^2) \xrightarrow{\text{نمونه دوم}} x_3^2 \xrightarrow{\text{وزن نمونه دوم}} w_3^2 = w_2^2 P(z_3|x_2^2)$$

$$\vdots$$

$$P(x_3|x_2^N) \xrightarrow{\text{نمونه N ام}} x_3^N \xrightarrow{\text{وزن نمونهN ام}} w_3^N = w_2^N P(z_3|x_2^N)$$

خط (6): نرمالایز کردن وزن نمونه ها

وزن هر نمونه که در گام قبل به دست آمد را بر حاصل جمع وزن تمام نمونه ها تقسیم می کنیم تا به وزن نرمال شده برسیم.وزن نرمان شده نمونه ی i ام را W_3^i می نامیم.

خط (7):محاسبه ی آنتروپی نمونه ها

طبق فرمول زیر آنتروپی نمونه ها یعنی H_3 را محاسبه می کنیم:

$$H_3 = -\sum_{i=1}^{N} W_3^i \, Ln(W_3^i)$$

خط (8):تفاضل آنتروپی و پارامتر N_T

طبق فرمول زیر پارامتر S_3 را محاسبه می کنیم:

$$S_3 = H_3 - N_T$$

فرایند مربوط به خطوط (6) و (7) و (8) الگوریتم در شکل زیر نشان داده شده است.

$$w_3^1 \xrightarrow{\text{نرمال کردن وزن نمونه اول}} W_3^1 = \frac{w_3^1}{\sum_{i=1}^N w_3^i}$$

$$w_3^2 \xrightarrow{\text{نرمال کردن وزن نمونه دوم}} W_3^2 = \frac{w_3^2}{\sum_{i=1}^N w_3^i}$$

$$\vdots$$

$$w_3^N \xrightarrow{\text{نرمال کردن وزن نمونهN ام}} W_3^N = \frac{w_3^N}{\sum_{i=1}^N w_3^i}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} H_3 = -\sum_{i=1}^{N} W_3^i \, Ln(W_3^i) \\ S_3 = H_3 - N_T \end{cases}$$

به همین ترتیب همه ی مراحل الگوریتم انجام می شود تا به مرحله ی آخر $(k = L)$ برسیم.در هر مرحله با توجه به نمونه های مرحله ی قبل و وزن آن نمونه ها، نمونه های جدید و وزن های جدید به دست می آوریم.در مرحله ی آخر همان عملیات تکرار می شوند.

مرحله ی L ام $(k = L)$ که مرحله ی آخر است:

در این مرحله خطوط (4) تا (8) از الگوریتم به ازای $(k = L)$ اجرا می شوند که دقیقا مشابه همان عملیات انجام شده در مراحل قبل است .

خط (4): نمونه گیری

ابتدا هر کدام از N نمونه ی تصادفی گرفته شده در **مرحله ی قبل یعنی مرحله ی $(k = L - 1)$** یعنی نمونه های x_{L-1}^1 و x_{L-1}^2 و... و x_{L-1}^N را در قسمت شرطی تابع چگالی احتمال $P(x_L|x_{L-1})$ قرار می دهیم (به یاد آورید که تابع $P(x_k|x_{k-1})$ برای تمام k ها، جزء داده های ما بود) و بنابراین به N تابع چگالی احتمال مختلف می رسیم که عبارت اند از توابع $P(x_L|x_{L-1}^1)$ و $P(x_L|x_{L-1}^2)$ و ... و $P(x_L|x_{L-1}^N)$.حال از هر کدام از آن N تابع چگالی احتمال مختلف، یک نمونه ی تصادفی می گیریم بنابراین در کل به N نمونه ی تصادفی می رسیم که آنها را x_L^1 و x_L^2 و... و x_L^N می نامیم.نمونه ی x_L^1 از تابع $P(x_L|x_{L-1}^1)$ گرفته می شود و نمونه ی x_L^2 از تابع $P(x_L|x_{L-1}^2)$ و ... و نمونه ی x_L^N از تابع $P(x_L|x_{L-1}^N)$.

خط (5): محاسبه ی وزن نمونه ها

حال آن N نمونه ی تصادفی گرفته شده در **مرحله ی قبل یعنی مرحله ی $(k = L - 1)$** یعنی نمونه های x_{L-1}^1 و x_{L-1}^2 و... و x_{L-1}^N را این بار در قسمت شرطی تابع چگالی احتمال $P(z_L|x_{L-1})$ قرار می دهیم (به یاد آورید که تابع $P(z_k|x_{k-1})$ برای تمام k ها،جزء داده های ما بود) و بنابراین به N تابع چگالی احتمال مختلف می رسیم که عبارت اند از توابع $P(z_L|x_{L-1}^1)$ و $P(z_L|x_{L-1}^2)$ و ... و $P(z_L|x_{L-1}^N)$.از این توابع چگالی احتمال برای محاسبه ی وزن نمونه ها استفاده می کنیم به این صورت که این توابع را در وزن نمونه ها در مرحله ی قبل ضرب می کنیم تا وزن نمونه ها آپدیت شود.فرایند مربوط به خط (4) و (5) الگوریتم در شکل زیر نشان داده شده است.

$$P(x_L|x_{L-1}^1) \xrightarrow{\text{نمونه اول}} x_L^1 \xrightarrow{\text{وزن نمونه اول}} w_L^1 = w_{L-1}^1 P(z_L|x_{L-1}^1)$$

$$P(x_L|x_{L-1}^2) \xrightarrow{\text{نمونه دوم}} x_L^2 \xrightarrow{\text{وزن نمونه دوم}} w_L^2 = w_{L-1}^2 P(z_L|x_{L-1}^2)$$

$$\vdots$$

$$P(x_L|x_{L-1}^N) \xrightarrow{\text{نمونه N ام}} x_L^N \xrightarrow{\text{وزن نمونه N ام}} w_L^N = w_{L-1}^N P(z_L|x_{L-1}^N)$$

خط (6): نرمالایز کردن وزن نمونه ها

وزن هر نمونه که در گام قبل به دست آمد را بر حاصل جمع وزن تمام نمونه ها تقسیم می کنیم تا به وزن نرمال شده برسیم.وزن نرمان شده نمونه ی i ام را W_L^i می نامیم.

خط (7):محاسبه ی آنتروپی نمونه ها

طبق فرمول زیر آنتروپی نمونه ها یعنی H_L را محاسبه می کنیم:

$$H_L = -\sum_{i=1}^{N} W_L^i \, Ln(W_L^i)$$

خط (8):تفاضل آنتروپی و پارامتر N_T

طبق فرمول زیر پارامتر S_L را محاسبه می کنیم:

$$S_L = H_L - N_T$$

فرایند مربوط به خطوط (6) و (7) و (8) الگوریتم در شکل زیر نشان داده شده است.

$$w_L^1 \xrightarrow{\text{نرمال کردن وزن نمونه اول}} W_L^1 = \frac{w_L^1}{\sum_{i=1}^{N} w_L^i}$$

$$w_L^2 \xrightarrow{\text{نرمال کردن وزن نمونه دوم}} W_L^2 = \frac{w_L^2}{\sum_{i=1}^{N} w_L^i}$$

$$\vdots$$

$$w_L^N \xrightarrow{\text{نرمال کردن وزن نمونهN ام}} W_L^N = \frac{w_L^N}{\sum_{i=1}^{N} w_L^i}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} H_L = -\sum_{i=1}^{N} W_L^i \, Ln(W_L^i) \\ \\ S_L = H_L - N_T \end{array} \right.$$