

## پروژه بررسی احتمال خطای مدولاسیونهای باینری در کانال با نویز سفید گوسی جمع شونده

همان گونه که در درس مطرح شد احتمال خطای مدولاسیونهای باینری در کانال AWGN به صورت  $Q\left(\sqrt{\gamma_b(1-\rho)}\right)$  است که  $\gamma_b = E_b/N_0$  و  $\rho$  ضریب همبستگی دو شکل موج است. در این پروژه صحت این رابطه در مورد مدولاسیونهای BPSK (با  $\rho = -1$ ) و BFSK ( $\rho = 0$ ) را با شبیه سازی بررسی خواهید کرد.

**توضیحات شبیه سازی:** در شبیه سازی از مدل برداری استفاده می کنیم، در این صورت بردار دریافتی  $\mathbf{r} = \mathbf{s}_m + \mathbf{n}$  است و  $\mathbf{s}_m$  شکل برداری سیگنال ارسالی و  $\mathbf{n}$  شکل برداری نویز است. مدولاسیون BPSK یک بعدی و مدولاسیون BFSK دو بعدی است. به صورت ساده شکل بردارهای  $\mathbf{s}_m$  برای این دو مدولاسیون به صورت زیر است:

$$\text{BPSK: } \mathbf{s}_m \in \{+1, -1\}$$

$$\text{BFSK: } \mathbf{s}_m \in \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

**شبیه سازی مونت کارلو:** معمولاً برای بررسی نتایج یک آزمایش تصادفی از شبیه سازی مونت کارلو استفاده می شود. به صورت ساده و برای مثال اگر بخواهیم بدانیم احتمال ۶ آمدن در پرتاب تاس چه قدر است، به تعداد زیاد آزمایش را تکرار می کنیم و سپس تعداد دفعات ۶ آمدن را ثبت می کنیم. از تقسیم این عدد بر کل تعداد دفعات آزمایش احتمال ۶ آمدن به دست می آید. بدیهی است که این تخمین، تقریبی از عدد واقعی است و هرچه تعداد دفعات آزمایش زیاد شود این تخمین دقیقتر خواهد شد. شبیه سازی مونت کارلو در سیستمهای مخابراتی کاربرد زیادی دارد. برای مثال در همین مساله برای به دست آوردن احتمال خطا، می توانیم تعداد زیادی سمبل تولید کرده و آشکارسازی کنیم سپس تعداد دفعات تصمیم گیری غلط را شمارش کرده و بر کل دفعات ارسال تقسیم کرده و احتمال خطا را تخمین بزنیم.

### تعریف مساله:

۱- با استفاده از روش مونت کارلو منحنی احتمال خطای مدولاسیون BPSK را بر حسب  $\gamma_b = E_b/N_0$  رسم کنید ( راهنمایی: برای هر مقدار  $\gamma_b = E_b/N_0$  باید یک بار شبیه سازی مونت کارلو را انجام دهید و احتمال خطا را به دست آورید سپس مقدار  $\gamma_b$  را عوض کنید و این کار را تکرار کنید.) از آنجا که  $\mathbf{s}_m \in \{+1, -1\}$  و سمبلها هم احتمال هستند:

$$E_b = \frac{1}{2} \times (+1)^2 + \frac{1}{2} \times (-1)^2 = 1$$

و با عوض شدن  $\gamma_b$  مقدار  $N_0$  عوض می شود که واریانس نویز تولیدی را کنترل می کند.

حال منحنی حاصل از شبیه سازی مونت کارلو را در کنار منحنی رابطه تئوری احتمال خطا یعنی  $Q\left(\sqrt{2\gamma_b}\right)$  رسم کنید. آیا این دو منحنی بر هم منطبق هستند؟

۲- همین مساله را برای مدولاسیون BFSK تکرار کنید. آیا منحنی احتمال خطای تئوری و نتیجه حاصل از مونت کارلو بر هم منطبق هستند؟

توابع مفید متلب: `randn`, `randint`