

پروژه بررسی احتمال خطای دمدولاسیونهای متعامد M-ary در کانال با نویز سفید گوسی جمع شونده

همان گونه که در درس مطرح شد رابطه بسته ای برای احتمال خطای دمدولاسیونهای متعامد M-ary به دست نمی آید و به همین دلیل برای این احتمال خطا کران به دست آوردیم. یکی از این کرانها، کران اجتماع¹ است. در این پروژه می خواهیم خطای دمدولاسیونهای متعامد M-ary در کانال AWGN را با شبیه سازی مونت کارلو به دست آورده و با کران اجتماع مقایسه کنیم. باند اجتماع برای احتمال خطای دمدولاسیونهای متعامد M-ary همان گونه که در درس محاسبه شد به صورت زیر است:

$$P_e \leq (M-1)Q\left(\sqrt{k\gamma_b}\right) \quad k = \log_2^M$$

توضیحات شبیه سازی: در شبیه سازی از مدل برداری استفاده می کنیم، در این صورت بردار دریافتی $\mathbf{r} = \mathbf{s}_m + \mathbf{n}$ است و \mathbf{s}_m شکل برداری سیگنال ارسالی و \mathbf{n} شکل برداری نویز است. به عنوان مثال برای مدولاسیون با $M=4$ شکل موجها به صورت زیر است:

$$4\text{-ary Orthogonal Modulation: } \mathbf{s}_m \in \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

با فرض هم احتمال بودن سம்பلها گیرنده MAP به صورت زیر خواهد بود

$$\arg \max_m \mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_m = \arg \max_m \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_M \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1(\text{mth component}) \\ 0 \end{bmatrix} = \arg \max_m r_m$$

یعنی در گیرنده اندیس هر درایه بردار \mathbf{r} که بزرگتر بود به عنوان شماره سம்பل درست آشکارسازی می شود.

تعریف مساله:

۱- با استفاده از روش مونت کارلو منحنی احتمال خطای دمدولاسیونهای متعامد M-ary برای $M=4, 8, 16$ را بر حسب $\gamma_b = E_b/N_0$ رسم کنید (راهنمایی: برای هر مقدار $\gamma_b = E_b/N_0$ باید یک بار شبیه سازی مونت کارلو را انجام دهید و احتمال خطا را به دست آورید سپس مقدار γ_b را عوض کنید و این کار را تکرار کنید). به راحتی دیده می شود که $E_b = 1$ و با عوض شدن مقدار N_0 عوض می شود که واریانس نویز تولیدی را کنترل می کند.

حال منحنی حاصل از شبیه سازی مونت کارلو را در کنار منحنی کران اجتماع رسم کرده و نزدیکی این کران به منحنی اصلی را بررسی کنید.

توابع مفید متلب: `randn`, `randint`

¹-Union Bound