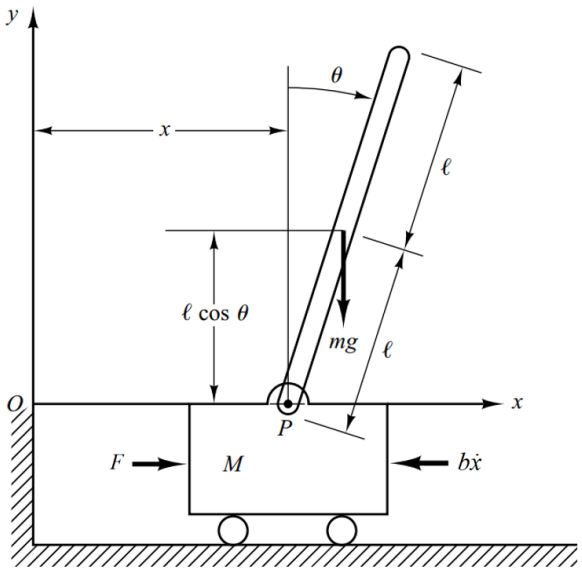
معرفی سیستم پاندول معکوس

سیستم پاندول معکوس موجود در شکل ۱ را در نظر بگیرید. جرم پاندول m، طول آن l و جرم ارابه M می‌باشد. نیروی افقی F باعث حرکت جرم M و در نتیجه باعث تعادل پاندول معکوس می‌شود. در این سیستم فرض کنید اصطکاک رابطه‌ی مستقیم با سرعت حرکت ارابه دارد و در خلاف جهت حرکت ارابه به آن وارد می‌شود. معادلات دینامیکی حاکم بر این سیستم در ادامه آورده شده است.



شکل ۱ شماتیک سیستم اصلی

معادلات حاکم بر سیستم:

$$(M+m)\ddot{x}+b\dot{x}+ml\ddot{\theta}\cos\theta-ml\dot{\theta}^2\sin\theta=F$$

$$\left(I+ml^2\right)\ddot{\theta}+ml\ddot{x}\cos\theta-ml\dot{x}\dot{\theta}\sin\theta-mgl\sin\theta=0$$

معادلات خطی‌سازی شده:

$$(M+m)\ddot{x}+b\dot{x}+ml\ddot{\theta}=F$$

$$\left(I+ml^2\right)\ddot{\theta}+ml\ddot{x}-mgl\theta=0$$

برای انجام شبیه‌سازی‌ها پارامترهای زیر را درنظر بگیرید.

جدول ۱ نحوه مقداردهی پارامترهای مختلف مسئله

دو رقم آخر شماره دانشجویی یکی از اعضای گروه	$\overline{ab}$
جرم ارابه (M)	$\frac{\overline{ab}}{100}\ (kg)$
جرم پاندول (m)	$\frac{\overline{ab}}{100}\ (kg)$
طول مرکز جرم پاندول تا محور دوران (L)	$0.3\ (m)$
اینرسی پاندول (I)	$0.006\ (kg.m^2)$
اصطکاک ارابه (b)	$\frac{\overline{ab}}{200}\ \left(\frac{N.s}{m}\right)$

۱- تابع تبدیل سیستم

با در نظر گرفتن زاویه θ به عنوان خروجی و نیروی F به عنوان ورودی، تابع تبدیل سیستم را به‌دست آورید.

۲- فضای حالت

با در نظر گرفتن موقعیت ارابه x و زاویه پاندول θ به عنوان خروجی و نیروی F به عنوان ورودی، معادلات فضای حالت خطی را بنویسید.

۳- پاسخ سیستم حلقه باز

الف) پاسخ پله‌ی تابع تبدیل قسمت **" تابع تبدیل سیستم "** را با استفاده از دستور step رسم کنید.

ب) پاسخ ضربه‌ی تابع تبدیل قسمت **" تابع تبدیل سیستم "** را با استفاده از دستور impulse رسم کنید.

ج) در مورد پایداری سیستم بحث کنید.

د) ورودی پله به ارابه وارد کنید و با استفاده از معادلات فضای حالت، پاسخ سیستم را با استفاده از دستور lsim به‌دست آورید.

۴- طراحی کنترل کننده PID

خواسته‌های طراحی عبارتند از:

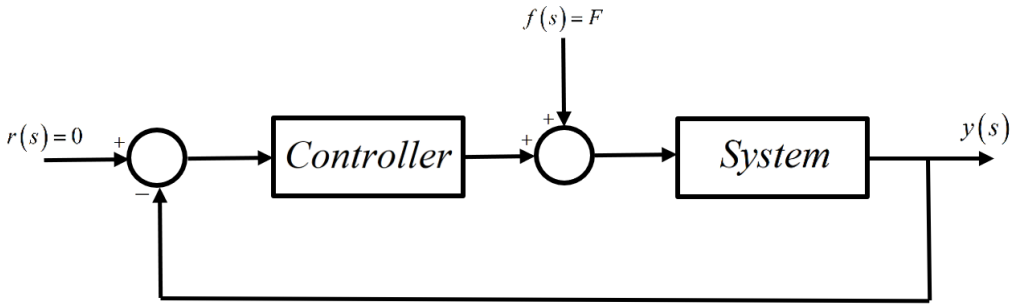
۱. فرض بر این است که سیستم از حالت تعادل شروع به حرکت کند.

۲. نیروی ضربه برابر $1N$ به‌صورت اغتشاش وارد می‌شود.

۳. پاندول و ارابه باید در زمان کمتر از ۵ ثانیه به وضعیت عمودی برگردند. (settling time = 5 s)

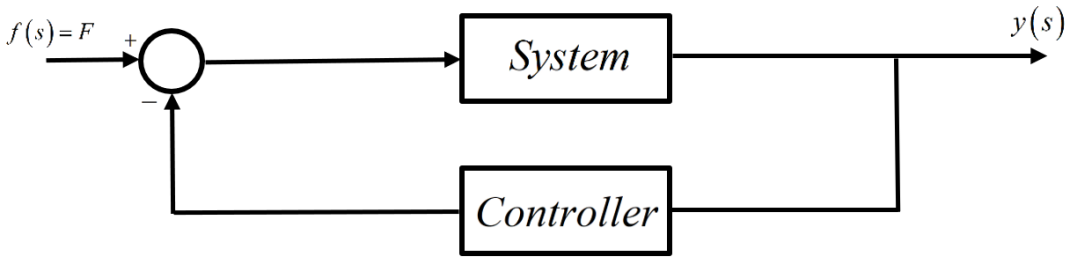
۴. پاندول نباید بیشتر از ۰/۳۵ رادیان از وضعیت عمودی منحرف شود. ($Overshoot < 20^{\circ}$)

الف) با توجه به این‌که هدف در این مسئله بازگشت به حالت اولیه پس از اعمال یک اغتشاش است، پس سیگنال مرجع برای ردیابی صفر خواهد بود. با توجه به این نکته دیاگرام بلوکی با یک کنترل کننده‌ی *PID* به‌صورت شکل ۲ خواهد بود. در این حالت فقط کنترل زاویه پاندول به عنوان خروجی مدنظر است.



شکل ۲ دیاگرام بلوکی با کنترل کننده

با توجه به این‌که سیگنال مرجع صفر است، می‌توان این سیگنال را از دیاگرام بلوکی حذف کرد. طی این روند دیاگرام بلوکی به‌صورت شکل ۳ خواهد بود. روند را توضیح دهید.



شکل ۳ دیاگرام بلوکی با کنترل کننده بدون سیگنال ورودی

ب) با در نظر گرفتن پارامترهای زیر برای کنترل کننده پاسخ ضربه‌ی سیستم را به‌دست آورید و در مورد پایداری سیستم حلقه بسته بحث نمایید.

$K_P = 1 , K_D = 1 , K_I = 1$

ج) مقدار K_P را افزایش دهید و در مورد اثر آن بر پاسخ بحث نمایید.

د) مقدار K_D را افزایش دهید و در مورد اثر آن بر پاسخ بحث نمایید.

ه) خواسته‌های طراحی برای پاندول را با کنترل کننده *PID* برآورده کنید، جدول عملکردی زیر را تکمیل کنید و موارد خواسته‌شده را به دست آورید.

جدول ۲- جدول عملکردی

	Uncompensated	simulation	PID controller	simulation	PID controller
Plant and compensator					
Dominant poles					
ξ					
ω_n					
%OS					
T_s					
T_p					
$e(\infty)$					
Other poles					
Zero					

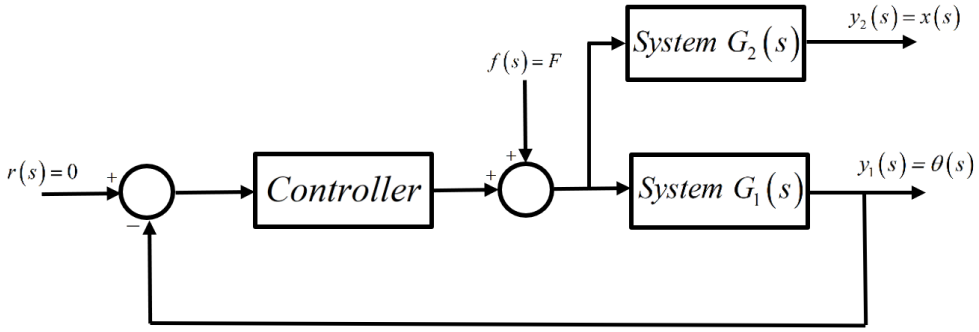
- نمودار پاسخ زمانی و مقایسه آن با حالت بدون کنترلر PID
- نمودار سیگنال خطا
- شماتیک فیزیکی کنترلر بصورت مدار با درج پارامترهای مداری

(شبیه‌سازی را توسط Simulink متلب انجام دهید. برای پارامترهایی که امکان محاسبه آنها توسط Simulink وجود ندارد، از کد متلب استفاده کنید.)

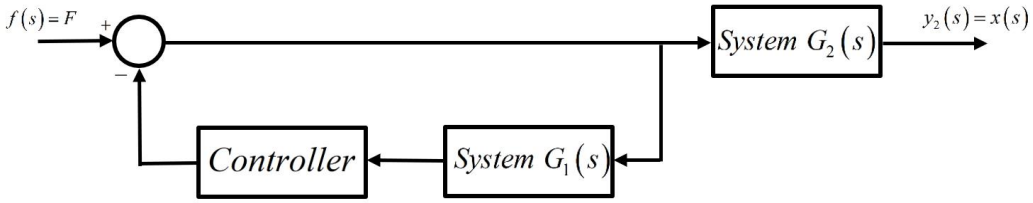
ی) مقادیر زیر را برای کنترل کننده‌ی PID در نظر بگیرید و پاسخ ضربه‌ی سیستم را رسم نمایید.

$K_P = 100$, $K_D = 20$, $K_I = 1$

ر) با در نظر گرفتن موقعیت ارابه به عنوان یکی از خروجی‌های سیستم، دیاگرام بلوکی به‌صورت زیر خواهد بود. با در نظر گرفتن کنترل کننده‌های قسمت‌های **(ه)** و **(ی)** موقعیت ارابه را رسم کنید. آیا کنترل کننده‌های فوق قابل پیاده‌سازی در عمل خواهند بود یا خیر؟ توضیح دهید.



شکل ۴ دیاگرام بلوکی با در نظر گرفتن موقعیت ارابه به عنوان خروجی



شکل ۵ دیاگرام بلوکی با در نظر گرفتن موقعیت ارابه به عنوان خروجی بدون سیگنال ورودی

۵- مکان هندسی ریشه‌ها

الف) مکان هندسی ریشه‌های سیستم حلقه بسته را بدون جبران کننده رسم کنید.

ب) در مورد پایداری سیستم حلقه بسته بدون کنترل کننده بحث نمایید.

ج) با استفاده از کنترل کننده یک صفر در مبدا اضافه کنید تا اثر قطب در مبدا را خنثی کند و مجددا مکان هندسی ریشه‌ها را رسم نمایید.

د) پایداری سیستم در بخش **(ج)** را بررسی کنید.

۶- طراحی کنترل کننده $Lead-Lag$

کنترل کننده Lead-Lag دارای دو صفر و دو قطب است.

الف) دو صفر را در نزدیکی محور موهومی؛ یک قطب را در مبدا و یکی دیگر را به دور از صفرها و قطب دیگر در نظر بگیرید. مکان هندسی ریشه‌ها را رسم نمایید و پاسخ سیستم را با تعیین بهره مناسب برای K رسم کنید.

ب) مقادیر زیر را برای کنترل کننده Lead-lag در نظر بگیرید:

$Z_1 = -3 \, , Z_2 = -4 \, , P_1 = 0 \, , P_2 = -50$

مکان هندسی ریشه‌ها را رسم نمایید و پاسخ سیستم را با تعیین بهره‌ی مناسب برای K رسم کنید.

ج) موقعیت ارابه را به عنوان یکی از خروجی‌ها در نظر بگیرید و با استفاده از کنترل کننده‌ی Lead-Lag طراحی شده در قسمت‌های قبل، پاسخ موقعیت ارابه را رسم نمایید. آیا این کنترل کننده‌ها قابل پیاده‌سازی خواهند بود؟ (کنترل کننده‌ها برای پایداری پاندول طراحی شده‌اند. آیا پاسخ ارابه هم پایدار است؟)

۷- پاسخ فرکانسی

الف) نمودار بود و نایکوئیست سیستم حلقه بسته بدون کنترل کننده را رسم نمایید. از روی نمودار نایکوئیست در مورد پایداری سیستم بحث نمایید.

ب) با اضافه کردن یک انتگرال‌گیر به عنوان کنترل کننده، نمودارهای بود و نایکوئیست را رسم نمایید. اضافه شدن این انتگرال‌گیر به عنوان کنترل کننده به سیستم حلقه بسته چه تاثیری در نمودار نایکوئیست داشته است؟ آیا سیستم پایدار شده است؟

ج) علاوه بر انتگرال‌گیر یک صفر در ۱- به تابع تبدیل کنترل‌کننده اضافه نمایید. یعنی کنترل کننده به‌صورت ($C(s) = \frac{s+1}{s}$) خواهد بود. نمودارهای بود، نایکوئیست و پاسخ ضربه‌ی سیستم را رسم نمایید. اضافه شدن این کنترل کننده به سیستم حلقه بسته چه تاثیری در نمودار نایکوئیست داشته است؟ آیا سیستم پایدار شده است؟

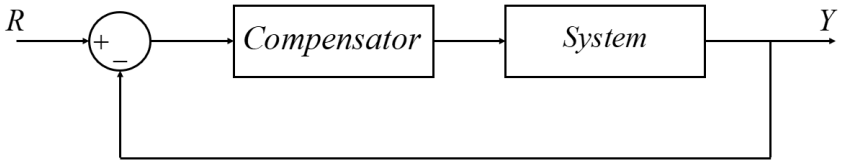
د) یک صفر دیگر در ۱- به کنترل کننده اضافه نمایید ($C(s) = \frac{(s+1)^2}{s}$). نمودارهای بود و نایکوئیست و پاسخ ضربه سیستم را رسم نمایید. اضافه شدن این کنترل کننده به سیستم حلقه بسته چه تاثیری در نمودار نایکوئیست داشته است؟ آیا سیستم پایدار شده است؟

ه) بهره ثابت ۱۰ را به کنترل‌کننده اضافه کنید ($C(s)=10\frac{(s+1)^2}{s}$). نمودارهای بود، نایکوئیست و پاسخ ضربه‌ی سیستم را رسم نمایید. اضافه شدن این کنترل کننده به سیستم حلقه بسته چه تاثیری در نمودار نایکوئیست داشته است؟ آیا سیستم پایدار شده است؟

ی) همانطور که متوجه شده‌اید سیستم در مرحله آخر پایدار شده است. روند حاکم بر منطق طراحی کنترل کننده از مرحله **(ب)** تا **(ه)** را با توجه به نمودار نایکوئیست بیان کنید.

۸- طراحی جبران‌ساز پیش‌فاز و پس‌فاز (قسمت امتیازی پروژه)

برای سیستم ذکر شده در صورت پروژه، با استفاده از کد زدن در نرم‌افزار متلب، یک فضای GUI طراحی کنید که برای شروط دلخواه از ثابت خطای سرعت، حد فاز و حد بهره، هر دو جبران‌ساز پیش‌فاز و پس‌فاز را به‌صورت مجزا طراحی کند. می‌توانید برای هر یک از جبران‌سازها یک فضای GUI طراحی کنید. دقت کنید که سیستم ذکر شده به‌صورت زیر خواهد بود:



شکل ۶ سیستم موجود در صورت پروژه به‌همراه جبران‌ساز

نکات پیرامون گزارش نویسی:

۱- نمره‌دهی برای پروژه بر مبنای گزارش شما انجام می‌شود. بنابراین تمامی نتایج خود در متلب را در گزارش به خوبی تحلیل کنید.

۲- پروژه به‌صورت انفرادی می‌باشد.

۳- گزارش باید در قالب گزارش فنی بوده و تمامی قواعد گزارش نویسی مانند مقدمه، فهرست، زیرنویس‌ها و پانویس‌ها، فونت مناسب، caption عکس‌ها و جداول و ... رعایت شده‌باشد.

۴- نیازی به قرار دادن کدهای متلب در متن گزارش نمی‌باشد. کدهای متلب را در پیوست اضافه کنید.

۵- گزارش‌ها از نظر تشابه با هم مقایسه می‌شوند. به هرگونه کپی برداری محض هیچ نمره‌ای تعلق نخواهد گرفت.

۶- تمامی اطلاعات شامل کد متلب، فایل Simulink، فایل word و pdf گزارش را در یک فایل فشرده در سامانه ایلرن بارگزاری کنید.

۷- نگارش گزارش بدون توجه به نکات مطرح شده، منجر به کسر نمره خواهد گردید.

موفق باشید