به نام آنکه جان را فکرت آموخت

درس محاسبات عددی در سیالات

امیرحسن کاکایی
دانشکده مهندسی خودروی دانشگاه علم و صنعتی ایران

صورت پروژه سوم

دستگاه معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad (۱)$$

شرایط مرزی زیر برای این مسئله حاکم است:

$$x \in (0,0.1) \quad y=0 \quad : \quad h=8\frac{kW}{m^2}℃ \quad T_c=60℃ \quad (۲)$$

$$x \in (0,0.1) \quad y=0.1 : \quad h=1\frac{kW}{m^2}℃ \quad T_h=2000℃ \quad (۳)$$

$$y \in (0,0.1) \quad x=0 \quad : \quad q''=0 \quad (۴)$$

$$y \in (0,0.1) \quad x=0.1 : \quad T_b=50℃ \quad (۵)$$

که در آن T_c، T_h و T_b به ترتیب دمای سیال سرد، سیال گرم و دیواره است.

شرط اولیه عبارتست از:

$$y \in (0,0.1) \quad x \in (0,0.1) : \quad T_b=0℃ \quad (۶)$$

α ضریب نفوذ حرارتی، می‌باشد و در ابتدا مقدار $20\ mm^2/s$ (ضریب تقریبی فولاد) در نظر بگیرید. ابتدا این مسئله را برای بهترین اندازه $\Delta x=\Delta y$ که در پروژه دوم بدست آوردید با دو روش اویلر صریح و کرنک نیکلسون به ازای گامهای زمانی Δt برابر 0.1، 0.01 و 0.001 حل کنید. برای حل دستگاه معادلات خطی نیز بهترین روشی که در پروژه دوم یافتید، حل کنید.

نرخ انتقال حرارت هر یک از سه سطح به همراه جمع انتقال حرارت خروجی از سطح را در طول زمان تا رسیدن به جواب پایدار با هم مقایسه کنید. در نمودار مربوطه بهترین نرخ حالت پایا را که در پروژه دوم بدست آوردید، نشان دهید. نمودار توزیع دما در زمان پایایی، نصف آن و یک سوم آن را برای هر یک از روشها ترسیم کنید و در مورد اختلافشان توضیح دهید.

حال روش RKF45 را که در کلاس توضیح داده شد، با استفاده از اندازه منطبق شونده زمانی به کار بگیرید و مسئله را حل کنید. پاسخها را با بهترین پاسخ قبلی و میزان زمان CPU را با روشهای قبلی مقایسه کنید. همچنین دمای ماکزیمم را در طول زمان به ازای شبکه‌های مختلف ترسیم کنید و توضیح دهید که به نظر شما به عنوان معیار صحت روش، شما بین این نمودارهای مختلف کدام را بهتر می دانید. حال با بهترین شبکه و روش، مسئله را برای ضریب نفوذ حرارتی $2\ mm^2/s$ و $200\ mm^2/s$ نیز حل کنید و آنچه را که لازم می دانید برای این سه ماده با هم مقایسه کنید.